
ÉTUDE TRIDIMENSIONNELLE DE L'EFFET DE LA DIMENSION DES SECTIONS
CHAUFFANTES AU SEIN D'UNE CAVITÉ INCLINÉE

L. BELARCHE, B. ABOURIDA, T. MEDIOUNI et A. MIR

Laboratoire de Mécanique, Procédés de l'Energie et de l'Environnement (LMP2E)
Ecole Nationale des Sciences Appliquées, B.P. 1136, Agadir-Maroc
belarchelahoucine@gmail.com

Reçu 01/07/2013, en ligne 15/09/2013

RÉSUMÉ

La convection naturelle dans une cavité cubique inclinée discrètement chauffée est étudiée numériquement en utilisant une formulation volumes finis tridimensionnelle. Les effets du nombre de Rayleigh, Ra ($10^3 \leq Ra \leq 10^7$) et des dimensions des sections chauffantes, sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur au sein de la cavité sont analysés. Les résultats sont représentés sous forme de lignes de courant et d'isothermes. On présentera également les variations du nombre de Nusselt moyen en fonction des différents paramètres de l'étude. Les résultats ainsi obtenus montrent que l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur peuvent être considérablement améliorés par un choix approprié des paramètres gouvernants

Mots clés : Convection naturelle tridimensionnelle, dimensions des composants, chauffage discret, cavité inclinée.

ABSTRACT

Natural convection in an inclined cubic cavity, discretely heated is studied numerically using a three-dimensional finite volume formulation. Effects of the Rayleigh number Ra ($10^3 \leq Ra \leq 10^7$) and the heating sections dimensions on the fluid flow and the heat transfer within the cavity are studied. Streamlines, isotherms and variations of the average Nusselt number are presented for different sets of the governing parameters. The obtained results show that the flow intensity and the heat transfer can be significantly improved by an optimal choice of these parameters

Keywords: Three-dimensional natural convection, dimensions of the heated sections, discrete heating sections, inclined cubic cavity.

1. INTRODUCTION

De nos jours, les systèmes électroniques utilisés sont de plus en plus performants, caractérisés par une forte densité qui s'accompagne inéluctablement d'une augmentation du flux de chaleur dégagé. L'étude des phénomènes thermiques engendrés dans ces enceintes devient donc primordiale dans leur conception et l'un des problèmes scientifiques et technologiques majeurs réside dans l'évacuation et le

transport du surplus énergétique afin de ne pas brider les performances de ces systèmes. Cette problématique énergétique est rencontrée dans deux domaines de l'électronique, à savoir celui de la micro-électronique et celui de l'électronique de puissance. Ceci explique parfaitement l'intérêt porté à la simulation de telles configurations (cavité discrètement chauffées) et les différentes études, théoriques et pratiques, qui ont découlé [1-2]. Une revue bibliographique montre cependant que la majorité des travaux disponibles traitent le cas de la convection naturelle bidimensionnelle [3-4], alors que le nombre d'approches tridimensionnelles demeure insuffisant [5-6]. On notera toutefois que ces dernières permettent une meilleure simulation, plus réaliste, de l'écoulement et du transfert thermique au sein de la cavité. Le choix d'un flux imposé, au lieu d'une température uniforme, permet également une meilleure analogie avec la réalité.

Ainsi, l'objectif de la présente étude consiste à traiter numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité tridimensionnelle comportant deux sections chauffantes, similaires à des composants électroniques, soumis à flux de chaleur constant q'' et placées sur la paroi verticale gauche de la cavité. La paroi opposée étant portée à une température froide isotherme, T_f et les autres parois sont adiabatiques. On s'intéressera dans le cadre de cette étude à l'effet de la dimension des sections chauffantes sur l'écoulement et le transfert thermique à travers la cavité. On tentera également de mettre en évidence l'effet apporté par l'inclinaison de la cavité, en prenant comme référence le cas d'une cavité horizontale ($\gamma = 0^\circ$).

2. DÉFINITION DU PROBLÈME ET MODÈLE MATHÉMATIQUE

Le schéma du problème physique et les coordonnées sont représentés sur la figure 1. Le modèle consiste en une cavité tridimensionnelle inclinée d'un angle $\gamma = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal. Les sections chauffantes sont placées sur la face verticale gauche de la cavité et dégagent un flux de chaleur constant q'' tandis que le reste de la paroi est isolée thermiquement. La paroi opposée est maintenue à une température froide, T_f , et les parois restantes sont adiabatiques.

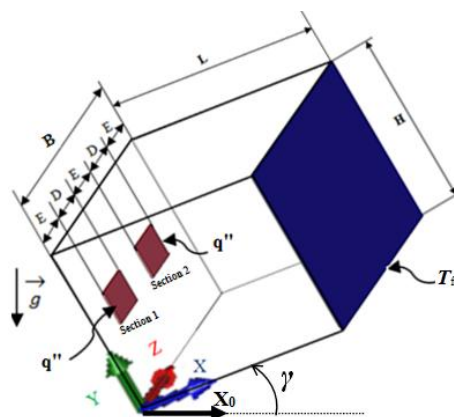


Figure 1: Géométrie étudiée et système de coordonnées.

En tenant compte des approximations de Boussinesq et en négligeant la dissipation visqueuse, les équations adimensionnelles du problème sont les suivantes:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \langle U \rangle + \frac{\partial}{\partial Y} \langle U \rangle + \frac{\partial}{\partial Z} \langle U \rangle = -\frac{\partial P}{\partial X} + Ra Pr \theta \sin \gamma + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \langle V \rangle + \frac{\partial}{\partial Y} \langle V \rangle + \frac{\partial}{\partial Z} \langle V \rangle = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra Pr \theta \cos \gamma + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \langle W \rangle + \frac{\partial}{\partial Y} \langle W \rangle + \frac{\partial}{\partial Z} \langle W \rangle = -\frac{\partial P}{\partial Z} + Pr \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \langle \theta \rangle + \frac{\partial}{\partial Y} \langle \theta \rangle + \frac{\partial}{\partial Z} \langle \theta \rangle = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (5)$$

où U, V, W, P , et θ représentent respectivement la vitesse selon x , selon y et selon z , la pression, et la température. Les variables adimensionnées utilisées dans ces équations sont définies par:

$$(X, Y, Z) = \left(\frac{x}{H}, \frac{y}{H}, \frac{z}{H} \right), (U, V, W) = \left(\frac{uH}{\alpha}, \frac{vH}{\alpha}, \frac{wH}{\alpha} \right) \text{ et } \theta = \frac{T - T_c}{q'' H} k \quad (6)$$

k étant la conductivité thermique du fluide.

Les paramètres Pr et Ra désignent respectivement le nombre de Prandtl, et le nombre de Rayleigh qui sont définis par:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \text{ et } Ra = \frac{g \beta q'' H^4}{\alpha \nu k} \quad (7)$$

La fonction de courant ψ , représentée dans un plan et reliée à la vitesse, est définie de la manière suivante :

$$U = \partial \psi / \partial y \text{ et } V = -\partial \psi / \partial x \quad (8)$$

Les conditions aux limites thermiques adimensionnelles associées aux équations précédentes sont les suivantes:

- Paroi verticale gauche : $\frac{\partial \theta}{\partial X} = -1$ à travers les sections chauffantes et $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$ sur le reste de la paroi;
- Paroi verticale droite : $T_c = 0$ à $X = 1$;
- Les autres parois verticales et horizontales : $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ (n est la direction perpendiculaire à la paroi).

Le nombre de Nusselt local et le nombre de Nusselt moyen total, sont respectivement définis par :

$$Nu(y, z) = \frac{q'' H}{(T(x, y)|_{x=0} - T_c) k} = \frac{1}{\theta(Y, Z)|_{x=0}} \quad (9)$$

$$Nu = 2 \iint Nu(y, z) dy dz \quad (10)$$

où $\theta(Y, Z)$ est la température locale adimensionnelle.

3. MÉTHODE NUMÉRIQUE

Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sont discrétisées par la méthode des volumes finis développée par Patankar [7] en utilisant le schéma en loi de puissance (*power law*). Les équations de conservation de la quantité de mouvement couplée avec l'équation de continuité sont résolues à l'aide de l'Algorithme SIMPLEC. Pour la résolution du système algébrique obtenu après discrétisation des équations aux dérivées partielles, la méthode des directions alternées (ADI) a été utilisée. La convergence des résultats numériques est établie à chaque pas de temps selon le critère suivant:

$$\sum_{i,j,k=1}^{i \max, j \max, k \max} \frac{|\phi_{i,j,k}^{n+1} - \phi_{i,j,k}^n|}{|\phi_{i,j,k}^n|} \leq 10^{-4} \quad (10)$$

où ϕ représente les variables de champ (U, V, W, T, P), i, j , et k sont les points du maillage. Les exposants n et $n+1$ représentent respectivement l'itération précédente et l'itération actuelle.

Une étude détaillée de l'effet du maillage nous a permis de choisir le maillage non uniforme $41 \times 41 \times 41$ nœuds comme étant le plus adapté pour la présente étude, car il réalise un bon compromis entre le temps d'exécution et le seuil de convergence. Le pas de temps optimal a été également fixé à 10^{-3} après de multiples tests.

Le code ainsi établi a été validé en prenant comme référence des études antérieures relatives à la convection naturelle dans un cube différentiellement chauffé. Ainsi, en se basant sur les résultats de Frederick et Quiroz [8] et de Ben-Cheikh et al. [9], obtenus dans le cas d'une cavité cubique dont la paroi verticale est partiellement chauffée une comparaison des valeurs maximales des vitesses U et V , dans le plan $Z = 0,5$ est donnée dans le tableau 1 pour $Ra = 10^5$. Les résultats de la présente étude ont été trouvés en excellent accord avec les deux précédentes références. L'écart maximal ne dépasse pas 1,37% pour U_{\max} et 2,35% pour V_{\max} par rapport à Frederick et al. [8] et 1,27% pour U_{\max} et 1,47% pour V_{\max} par rapport à Ben-Cheikh et al. [9].

Tableau 1: Validation du code de calcul par rapport aux résultats publiés en termes de U_{\max} et V_{\max} dans le plan médian $Z = 0,5$ et pour $Ra = 10^5$

Frederic et al. [8]		Ben-Cheikh et al. [9]		Travail présenté	
U_{\max}	V_{\max}	U_{\max}	V_{\max}	U_{\max}	V_{\max}
35.9146	63.2177	35.9436	65.6693	36.4020	64.7033

4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats présentés ont été obtenus pour des nombres de Rayleigh Ra compris entre 10^3 et 10^7 et les trois dimensions des sections chauffantes, $\varepsilon = D/H = 0.15, 0.25$ et 0.35 . L'angle d'inclinaison γ et le nombre de Prandtl Pr sont fixés respectivement à 30° et à 0.71 .

Nous présentons dans un premier temps, les isothermes et les lignes de courant obtenus pour ces différents paramètres afin d'illustrer le comportement du fluide et l'échange thermique au sein de la

cavité. Dans la suite, l'effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt pour les différentes dimensions considérées sera étudié.

4.1. Isothermes et Lignes de Courant :

Dans le but de visualiser l'écoulement et la distribution de température au sein du domaine d'étude, des lignes de courant et des isothermes en 3D ainsi que des isothermes au niveau des deux sections chauffantes sont représentés respectivement sur les figures 2a, 2b et 2c, pour $\gamma = 30^\circ$ et $Ra = 10^6$. On notera que l'écoulement consiste en une grande cellule occupant la totalité de la cavité (figure 2a). Les isothermes correspondantes affichent des gradients importants au voisinage des sections chauffantes (figure 2b). La distribution de la température sur les sections chauffantes montre également une augmentation de celle-ci vers la partie supérieure (figure 2c). De plus, une analyse des isothermes et des lignes de courant pour différents plans ($0 \leq Z \leq 1$), nous a permis de constater une parfaite symétrie de ces derniers par rapport au plan $Z = 0.5$. Ceci est dû à la symétrie géométrique et celle des conditions aux limites thermique adoptées. Ainsi, le plan choisi pour la suite de notre étude sera celui correspondant à $Z = 0.275$ et qui passe perpendiculairement par le milieu du composant 1. Ce plan représente convenablement l'écoulement et le transfert de chaleur au sein de la cavité. De plus, il est similaire au plan $Z=0.725$ passant par le milieu du composant 2 en raison de la symétrie par rapport à $Z = 0.5$.

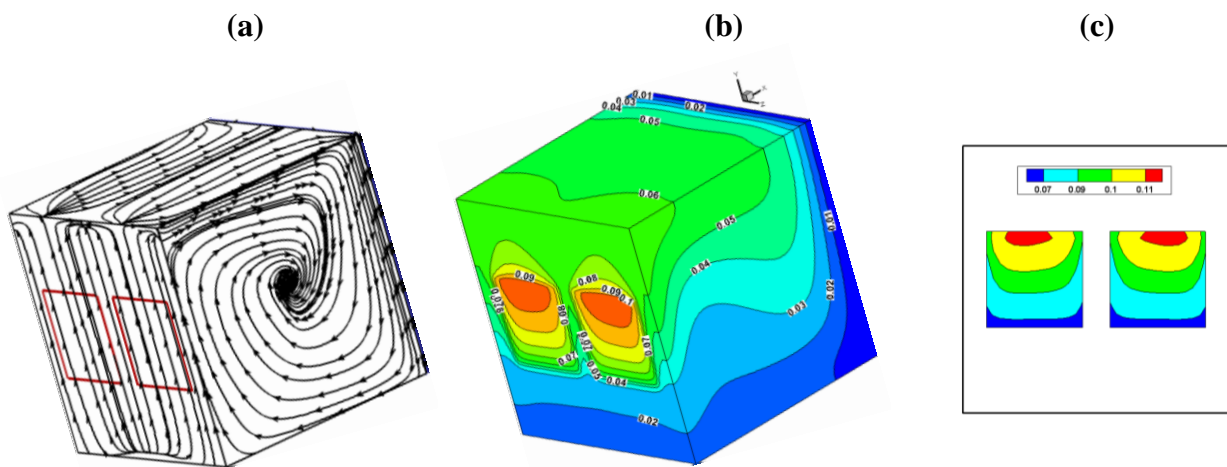


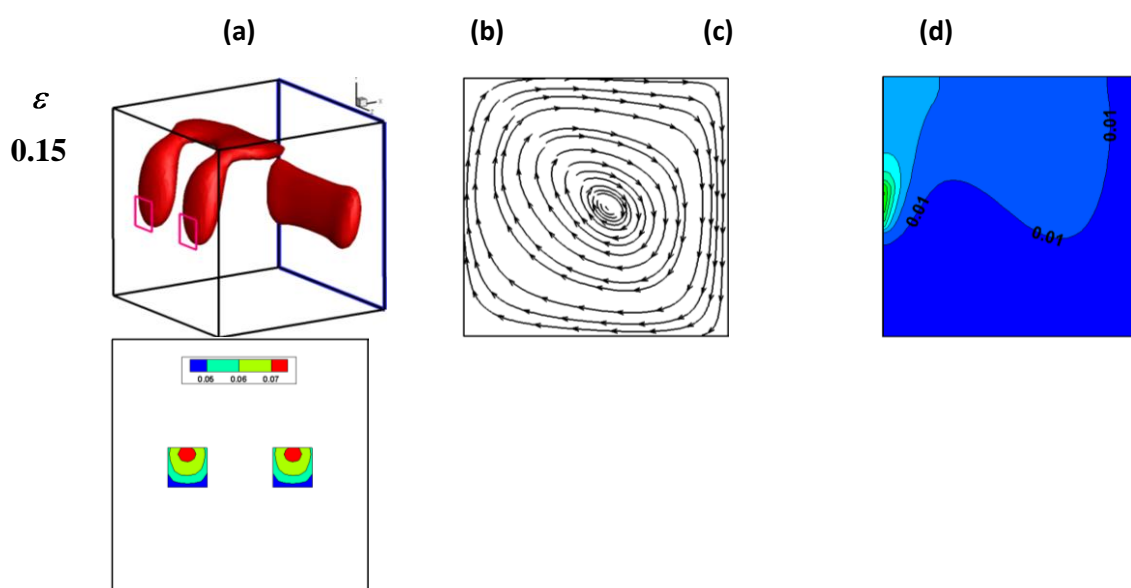
Figure 2: Lignes de courant en 3D (a), isothermes en 3D (b) et isothermes au niveau des sections chauffantes (c) pour $\varepsilon = 0.35$, $\gamma = 30^\circ$ et $Ra = 10^6$.

Afin de mettre en évidence l'effet des dimensions des sections chauffantes, les champs hydrodynamiques et thermiques dans la cavité sont représentés par la figure 3 pour $\gamma = 30^\circ$, $Ra = 10^6$ et pour $0.15 \leq \varepsilon \leq 0.35$. Ces figures montrent les iso-valeurs relatifs à l'énergie cinétique (figures 3a), les lignes de courant (figures 3b), les isothermes (figures 3c) dans le plan $Z = 0.275$ ainsi que les isothermes au niveau des deux sections chauffantes (figures 3d). L'énergie cinétique est définie par $Ec = 1/2 (U^2 + V^2 + W^2)$ et a une valeur $Ec = 0.0006$ pour l'iso-valeur présentée sur les figures

3a. Ces figures montrent que l'écoulement consiste en une seule cellule, tournant dans le sens horaire et dont l'intensité varie en fonction de ε pour le nombre de Rayleigh considéré. Le fluide se chauffe ainsi au contact des sources actives placées sur la paroi gauche de la cavité et remonte vers le haut pour enfin céder la chaleur à la paroi verticale droite froide. Ceci apparait clairement au niveau des isothermes correspondantes, qui montrent des gradients plus importants lorsque ε augmente. Ceci s'accompagne évidemment d'un accroissement de la température au sein de la cavité et des températures maximales atteintes au niveau des sections chauffantes comme le montre les figures correspondantes.

4.2. Nombre de Nusselt :

La figure 4 représente, le nombre de Nusselt moyen total en fonction du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^7$) pour $\gamma = 30^\circ$ et $\gamma = 0^\circ$ et pour les trois dimensions ε étudiées ($0.15 \leq \varepsilon \leq 0.35$). Les lignes hachurées correspondent au cas d'une cavité horizontale, pris comme référence ($\gamma = 0^\circ$). On remarque que le nombre de Nusselt moyen total augmente en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour toutes les dimensions considérées. Cette augmentation est d'autant plus importante lorsque Ra dépasse la valeur 10^4 . On notera également que pour un nombre de Rayleigh Ra fixé, le nombre de Nusselt considéré augmente lorsque la dimension ε diminue. Ceci s'explique par le fait que pour un flux de chaleur imposé constant, plus la section chauffante est petite, plus elle est sollicitée par le fluide se trouvant au sein de la cavité. Ce phénomène de renouvellement permanent du fluide entraîne une augmentation évidente de transfert de chaleur (Nu) au niveau de cette section. On constate également que l'inclinaison de la cavité d'un angle $\gamma = 30^\circ$ améliore le transfert de chaleur surtout pour des nombres de Rayleigh compris entre 10^4 et 10^6 .



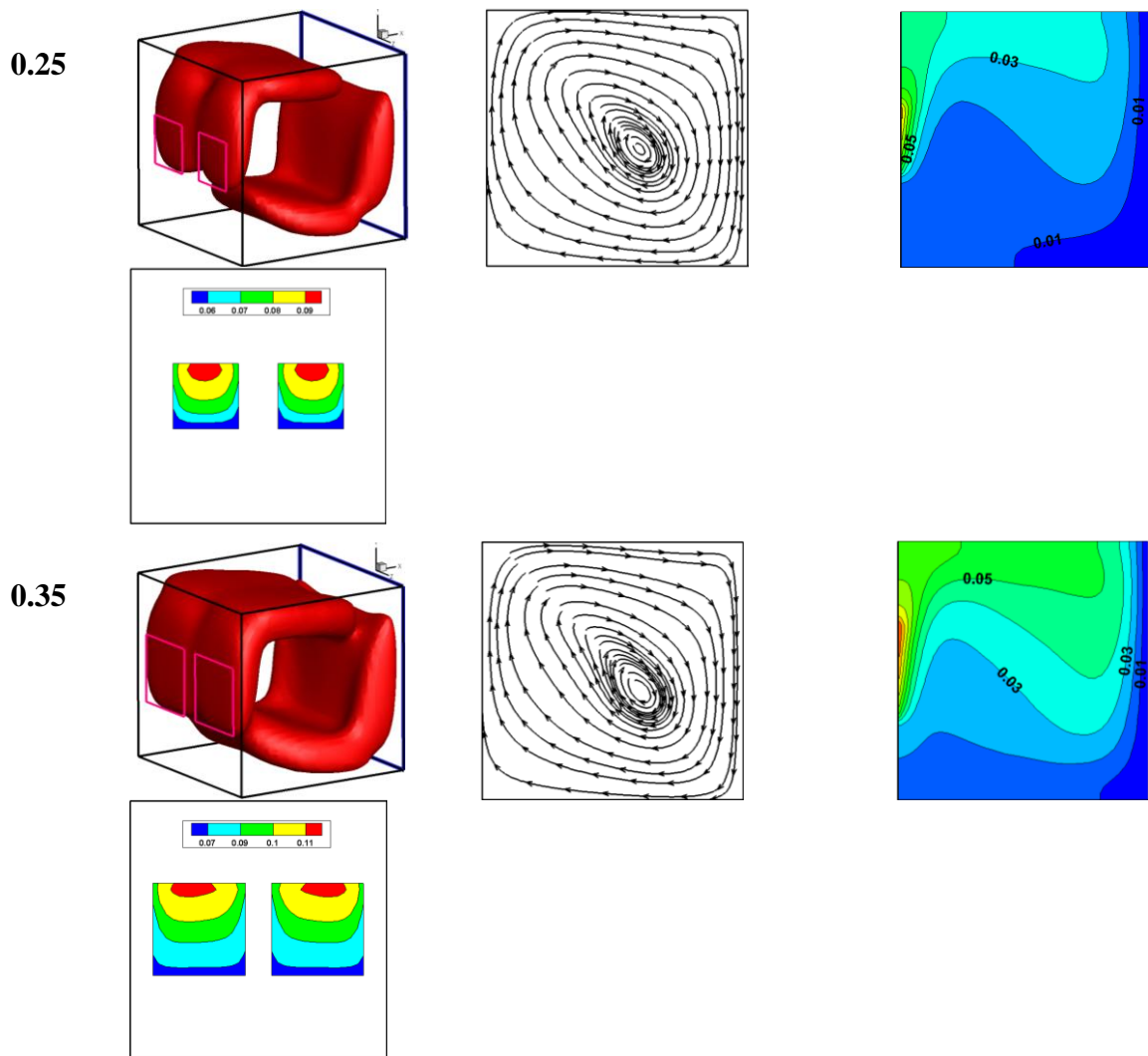


Figure 3: Iso-valeurs de l'énergie cinétique (a) lignes de courant (b) isothermes (c) dans le plan $Z = 0.275$ et isothermes au niveau des sections (d) pour $Ra = 10^6$, $\gamma = 30^\circ$ et $0.15 \leq \varepsilon \leq 0.35$.

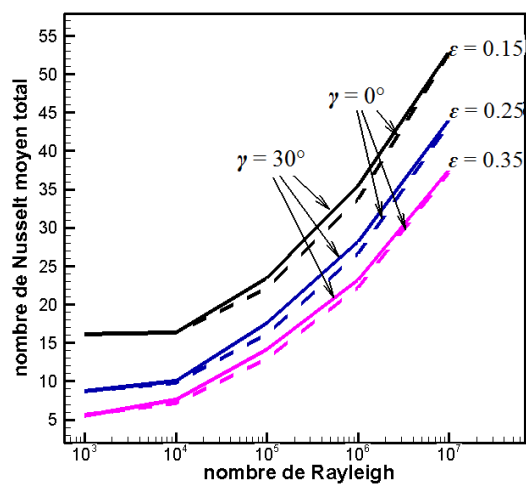


Figure 4: Variation du nombre de Nusselt moyen total En fonction de Ra pour $0.15 \leq \varepsilon \leq 0.35$.

5. CONCLUSION

Une étude numérique tridimensionnelle de la convection naturelle au sein d'une cavité inclinée comportant deux sections chauffantes soumises à un flux de chaleur constant a été menée et a conduit aux conclusions suivantes:

- Le transfert de chaleur moyen total, calculé au niveau des deux sections chauffantes, augmente avec le nombre de Rayleigh Ra et de manière très significative au-delà de $Ra = 10^4$;
- Lorsque les dimensions ε des sections augmentent, le taux de transfert de chaleur diminue de façon significative;
- l'inclinaison de la cavité de $\gamma = 30^\circ$ améliore le transfert de chaleur surtout pour des nombres de Rayleigh compris entre 10^4 et 10^6 ;
- Le transfert de chaleur et l'intensité de l'écoulement peuvent être considérablement améliorés par un choix approprié des paramètres gouvernants pour une évacuation optimale du surplus énergétique.

Références

- [1] Bejan A. and Kraus A.D., "Heat Transfer Handbook", Wiley, New York (2003).
- [2] Goldstein R.J., Ibele W.E., Patankar S.V., Simon T.W., Kuehn T.H., Strykowski P.J., Tamma K.K., Heberlein J.V.R., Davidson J.H., Bischof J., Kulacki F.A., Kortshagen U., S. Garrick, Srinivasan V., "A review of 2003 literature", Int. J. of Heat and Mass Transfer. **49**, 451-534 (2006).
- [3] Ben Cheikh N., Ben Beya B. and Lili T., " Influence of thermal boundary conditions on natural convection in a square enclosure partially heated from below ", Int. J. Heat and Mass Transfer. **34**, 369-37, (2007).
- [4] Sharif M.A.R. and Mohammad T.R., "Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls ", Int. J. Therm. Sci. **44**, 865-878 (2005).
- [5] Frederick R.L. and Quiroz F., "On the transition from conduction to convection regime in a cubical enclosure with a partially heated wall", Int. J. Heat Transfer. **44**, 1699-1709 (2001).
- [6] Ben-Cheikh N., Campo A., Ouertatani N. and Lili T., "Three-dimensional study of heat and fluid flow of air and dielectric liquids filling containers partially heated from below and entirely cooled from above", Int. J. Heat Transfer. **37**, 449-456 (2010).
- [7] Patankar S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, New York (1980).
- [8] Seza I.i, Mohamad A. A., "Natural convection from a discrete heat source on the bottom of a horizontal enclosure", Int. J. of Heat and Mass Transfer, **43**, 2257-2266 (2000).
- [9] Wang G., Zeng M., Ren Y.C., Ozoe H. and Wang Q.W., "Transient heat flux measurement of natural convection in an inclined enclosure with time-periodically-varying wall temperature", Experimental Thermal and Fluid Science. **35**, 105-111 (2012).