

**SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DES NANOFUIDES
DANS UNE ENCEINTE CARREE CHAUFFEE PAR UNE SOURCE DE CHALEUR**

Mohamed EL HATTAB*, Rachid MIR, Youness EL HAMMAMI, Touria MADIOUNI

Laboratoire de Mécanique, Procédés de l'Energie et de l'Environnement (LMP2E)
Ecole Nationale des Sciences Appliquées, B.P. 1136, Agadir, Maroc
mohamed.hattab01@gmail.com

Reçu le 12-11-2013, en ligne le 05-12-2013

RESUME

Cet article présente une étude numérique de la convection naturelle des nanofluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur isotherme montée sur sa paroi gauche. Les équations qui régissent l'écoulement hydrodynamique et le transfert de chaleur sont décrites par les équations de Navier Stokes et de l'énergie. Ces équations sont discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma en loi de puissance. La viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide sont approximées respectivement par le modèle de Brinkman et de Maxwell-Garnetts. Les simulations numériques sont effectuées dans le cas de l'eau pure et des mélanges d'eau et des nanoparticules (Al_2O_3 , Cu et TiO_2) pour un nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 et une fraction volumique des nanoparticules comprise entre 0 et 0,1. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur s'améliore si on augmente la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Rayleigh.

Mots clés : Convection naturelle, nanofluide, cavité carrée, source de chaleur isotherme.

ABSTRACT

This article presents a numerical study on natural convection of nanofluids in square enclosure that is heated with isothermal heat source mounted at its left wall. Equations that govern the flow and heat transfer are described by Navier Stokes and energy equations. These equations are discretised by finite volume method using the power-law scheme. The effective viscosity and thermal conductivity of the nanofluid are respectively modeled according to Brinkman and Maxwell-Garnetts. Numerical simulations are carried out for both pure water and water-based nanofluids containing different nanoparticles (Al_2O_3 , Cu and TiO_2) for Rayleigh number ($Ra=10^3, 10^4, 10^5$ and 10^6) and volume fraction of nanoparticles ($0 \leq \Phi \leq 0,1$). The results show that the heat transfer rate increases with the increase in both the volume fraction of nanoparticles and Rayleigh number.

1. INTRODUCTION

Le transfert de chaleur par convection naturelle trouve son application dans divers processus industriels comme le refroidissement d'équipement électronique, la technologie solaire et la sûreté des réacteurs nucléaires, etc. L'efficacité de tels processus est souvent limitée par les propriétés thermophysiques des fluides utilisés. Le développement des recherches traitant les nanofluides a pour but d'améliorer de façon appréciable les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pur une

faible concentration de nanoparticules (taille inférieure à 100nm). Plusieurs études ont été réalisées sur la convection naturelle des nanofluides. Khanafer et al. [1] ont étudié numériquement la convection naturelle d'un nanofluide confiné dans une enceinte différentiellement chauffée. Les résultats ont montré que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Jou et Tzeng [2] ont adopté le modèle de Khanafer pour mener une étude numérique de la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte rectangulaire. Ils ont démontré que l'augmentation de la fraction volumique améliore le transfert thermique. Une étude numérique de la convection naturelle dans les enceintes rectangulaires partiellement chauffées a été effectuée par Oztop et Abu- Nada [3]. Différent types de nanoparticules ont été testés. Il a été constaté que la position de la source de chaleur affecte les champs thermiques et dynamiques et l'amélioration du transfert de chaleur est très importante lorsque l'enceinte présente un faible rapport de forme. Malgré l'abondance des travaux dans le domaine de la convection naturelle des nanofluides, la plupart de ces travaux se sont limités aux cas de cavités sans partition et très peu de recherches ont été faites en utilisant les nanofluides dans des cavités partitionnées. Parmi ces recherches, on trouve Mahmoudi et al. [4], Guet et al. [5], et Aminossadati et al. [6].

Dans le présent travail, nous étudions numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire stationnaire des nanofluides confinés dans une enceinte carrée contenant une source de chaleur isotherme. Les simulations numériques sont réalisées pour prédire l'effet de la fraction volumique, le type des nanoparticules et le nombre de Rayleigh sur le transfert thermique.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

La géométrie du problème considérée est représentée sur la figure 1. Elle est basée sur une enceinte carrée de longueur (H). La source de chaleur dont l'épaisseur adimensionnée (E) de 0,2 et la longueur adimensionnée (L) de 0,25, est maintenue à température chaude constante T_C , montée au milieu sur la paroi verticale gauche adiabatique de la cavité. La paroi verticale droite est maintenue à une température froide constante T_F . Les autres parois sont adiabatiques. L'enceinte est remplie d'un mélange homogène d'eau et des nanoparticules de taille et de forme uniformes. Le fluide de base utilisé est newtonien, l'écoulement est incompressible, bidimensionnel, laminaire et stationnaire. La dissipation visqueuse est négligeable, les propriétés thermophysiques des nanofluides sont constantes, sauf pour la variation de la masse volumique qui est estimée par l'approximation de Boussinesq. Les propriétés thermophysiques du fluide pur et des nanoparticules sont regroupées dans le tableau 1.

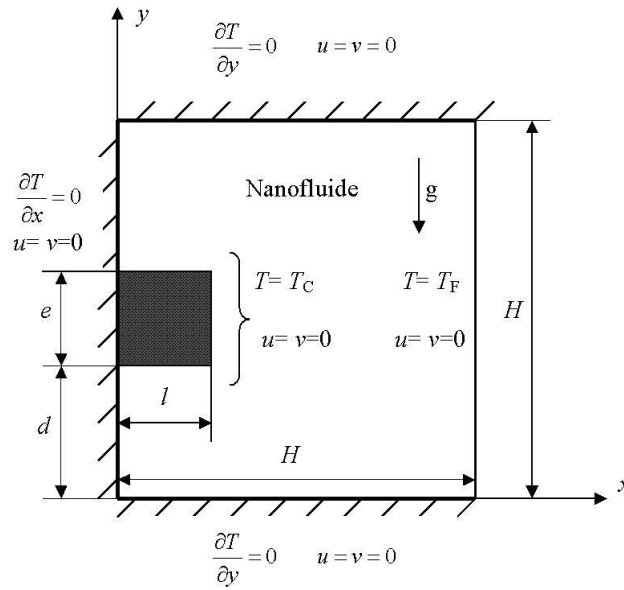


Figure 1: Schéma de la configuration étudiée et les conditions aux limites

Tableau 1: Propriétés thermophysiques de l'eau et des nanoparticules

	Pr	ρ	C_p	k	$\beta \times 10^{-5}$	$\alpha \times 10^{-7}$
Eau pure	6,2	997,1	4179	0,613	21	1,47
Al ₂ O ₃	–	3970	765	40	0,85	131,7
Cu	–	8933	385	400	1,67	1163,1
TiO ₂	–	4250	686,2	8,9538	0,9	30,7

Les équations classiques de Navier Stokes, sous la forme adimensionnelle s'écrivent de la manière suivante :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\rho \beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra Pr \theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Les variables des équations précédentes sont adimensionnalisées comme suit :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{uH}{\alpha_f}, V = \frac{vH}{\alpha_f}, P = \frac{\rho + \rho_o g y}{\rho_{nf} \alpha_f^2} H^2$$

$$\theta = \frac{T - T_F}{T_C - T_F}, Ra = \frac{g \beta_f H^3 (T_C - T_F)}{\nu_f \alpha_f}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (5)$$

Les propriétés du nanofluide sont calculées par les formules suivantes [7] :

$$\rho_{nf} = 1 - \Phi \rho_f + \Phi \rho_{np} \quad (6)$$

$$\alpha_{nf} = k_{eff} / (\rho C_p)_{nf} \quad (7)$$

$$\rho C_p_{nf} = 1 - \Phi \rho C_p_f + \Phi \rho C_p_{np} \quad (8)$$

$$\rho \beta_{nf} = 1 - \Phi \rho \beta_f + \Phi \rho \beta_{np} \quad (9)$$

La viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide sont modélisées respectivement par le modèle de Brinkman [8] et de Maxwell-Garnetts [9].

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{1 - \Phi}^{2.5} \quad (10)$$

$$k_{eff} = k_f \left[\frac{k_{np} + 2k_f - 2\Phi k_f - k_{np}}{k_{np} + 2k_f + \Phi k_f - k_{np}} \right] \quad (11)$$

Le nombre de Nusselt moyen (Nu_m) de la source de chaleur est exprimé comme suit :

$$Nu_m = \frac{1}{E} \int_D^{D+E} Nu_{droit} dY + \frac{1}{L} \int_0^L Nu_{haut} dX + \frac{1}{L} \int_0^L Nu_{bas} dX \quad (12)$$

où, les nombres de Nusselt locaux des côtés droit, haut et bas de la source de chaleur sont définis respectivement de la manière suivante :

$$Nu_{droit} = -\frac{k_{eff}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=L}, \quad Nu_{haut} = -\frac{k_{eff}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=D+E}, \quad Nu_{bas} = -\frac{k_{eff}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=D} \quad (13)$$

Afin d'estimer l'amélioration du transfert de chaleur dans les nanofluides par rapport au fluide pur, on définit le rapport de transfert de chaleur :

$$\varepsilon = Nu_m(\Phi) / Nu_m(\Phi=0) \quad (14)$$

3. SOLUTION NUMERIQUE

Le système d'équations (1–4) associé aux conditions aux limites est résolu numériquement en utilisant la méthode des volumes finis [10] et le schéma en loi de puissance. La vitesse et la pression sont couplées par l'algorithme SIMPLE [10]. La méthode de balayage ligne par ligne, avec l'algorithme de Thomas est utilisée pour la résolution itérative du système d'équations. Pour étudier l'influence du maillage, nous avons calculé le nombre de Nusselt moyen sur la source de chaleur pour six grilles uniformes. Les résultats obtenus sont relatifs au mélange eau–Al₂O₃ ($\Phi=0,05$), $Ra=10^5$ et sont présentés dans le tableau 2. A partir de ce tableau, il apparaît que la grille 101×101 est suffisamment fine pour réaliser les simulations numériques. La figure 2 présente une comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux d'Oztop et Abu- Nada [3]. La comparaison concerne le nombre de Nusselt moyen le long de la source de chaleur. Il est clair que les résultats de notre code sont en bon accord avec ceux proposés par Oztop et Abu- Nada.

Tableau 2: Nombre de Nusselt moyen de la source de chaleur pour différentes grilles

Maillage	41 × 41	61 × 61	81 × 81	101 × 101	121 × 121	141 × 141
Nu _m	4,172	4,137	4,121	4,112	4,111	4,106

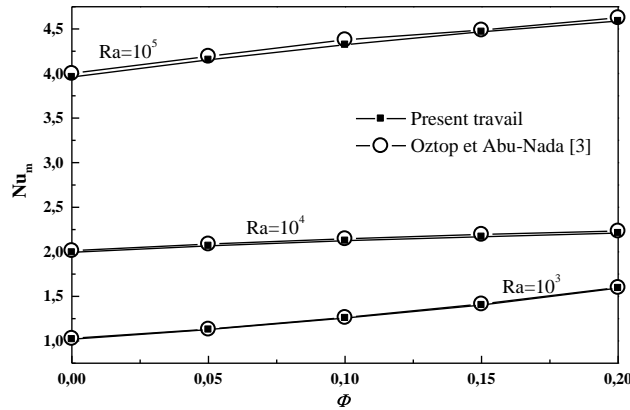


Figure 2: Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre le présent travail et celui d'Oztop et Abu-Nada [3]

4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats, présentés dans cet article, sont obtenus pour l'eau comme fluide pur $Pr=6,2$, les mélanges eau- Al_2O_3 , eau-Cu et eau- TiO_2 avec le nombre de Rayleigh (Ra) variant de 10^3 à 10^6 et la fraction volumique en nanoparticules (Φ) variant de 0 à 0,1.

La figure 3 représente les lignes de courants (en haut) et les champs de températures (en bas) pour le fluide pur et les différents mélanges pour $\Phi=0,05$ et $Ra=10^6$. Il est clair, à partir de cette figure que l'eau pure et les différents mélanges ont le même comportement dynamique et thermique. La structure de l'écoulement est caractérisée par la présence d'une seule cellule occupant toute la cavité. Le champ thermique est marqué par une stratification horizontale à l'intérieur de la cavité et par des forts gradients thermiques sur les parois actives, ce qui signifie que le transfert de chaleur se fait en grande partie par convection.

La composante verticale de la vitesse (V) de l'écoulement, le long de la médiane horizontale de l'enceinte, est représentée sur la figure 4 en utilisant différents nanofluides pour $Ra=10^6$ et $\Phi=0,05$. Les profils (V) montrent que la cellule circule dans le sens horaire. La composante verticale de la vitesse n'est pas sensible au type des nanoparticules. Cela est dû à l'utilisation de la formule de Brinkman pour calculer la viscosité du nanofluide qui dépend uniquement de la fraction volumique.

La figure 5 représente la variation du nombre de Nusselt moyen (Nu_m) en fonction de la fraction volumique des nanoparticules (Al_2O_3 , Cu et TiO_2) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. On remarque que pour une fraction volumique donnée, Nu_m augmente quand Ra augmente. Pour toutes les valeurs de Ra, le nombre de Nusselt moyen augmente avec la fraction volumique en nanoparticules. Cette augmentation est due à l'amélioration de la conductivité thermique effective du

nanofluides, lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente. Cette figure montre aussi l'effet du type des nanoparticules sur la variation du nombre de Nusselt moyen, le taux de transfert de chaleur est maximum pour le cuivre, qui possède la plus grande conductivité thermique par rapport à TiO_2 et Al_2O_3 .

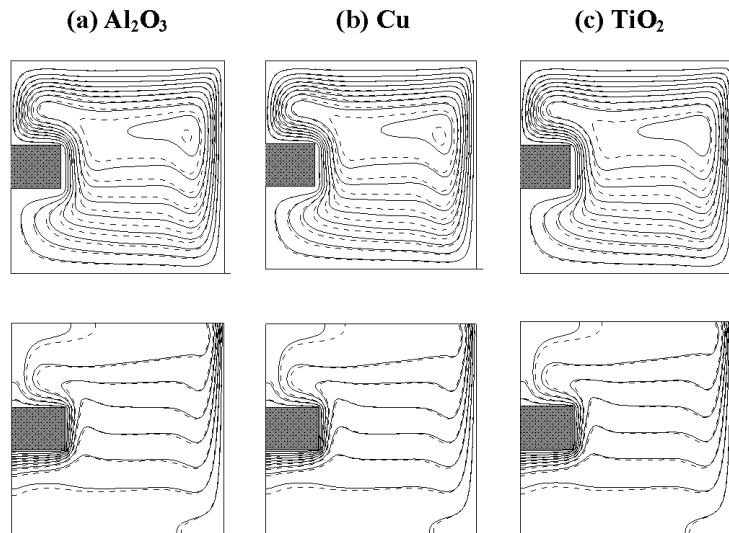


Figure 3: Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour l'eau pure et pour différents nanofluides (les lignes continues pour l'eau pure et les lignes en pointillés pour les nanofluides)

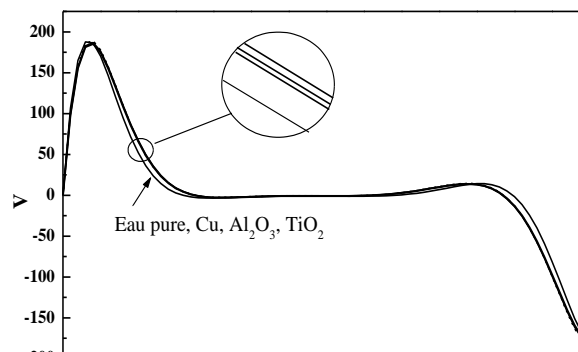


Figure 4: Profil de la composante verticale de la vitesse à $Y=0,5$ pour l'eau pure et pour différents nanofluides

La figure 6 illustre le rapport de transfert de chaleur (ϵ) en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes fractions volumiques des nanoparticules ($\Phi=0,01, 0,05$ et $0,10$), met en évidence l'amélioration du transfert de chaleur apportée par les différents types de nanofluides (Al_2O_3 , Cu et TiO_2). On constate que pour tous les types de nanofluides, le rapport (ϵ) est maximum pour $\text{Ra}=10^3$ et minimum pour $\text{Ra}=10^4$. L'effet des nanoparticules est plus important à faible Ra, par exemple l'augmentation de 10% de la fraction volumique en Al_2O_3 , Cu et TiO_2 augmente respectivement le nombre de Nusselt moyen d'environ 12%, 14% et 9% pour $\text{Ra} = 10^6$ et d'environ 28%, 29% et 23% pour $\text{Ra}=10^3$.

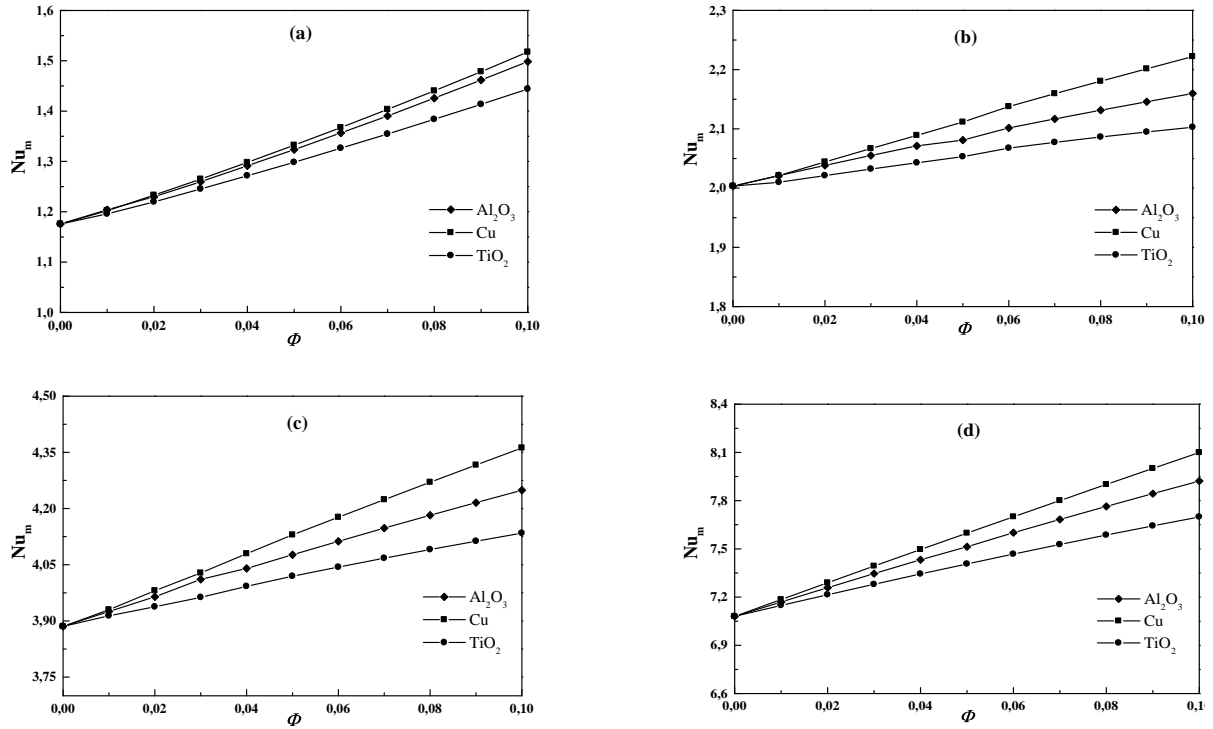


Figure 5: Variation de Nu_m en fonction de Φ pour différentes nanoparticules, (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$

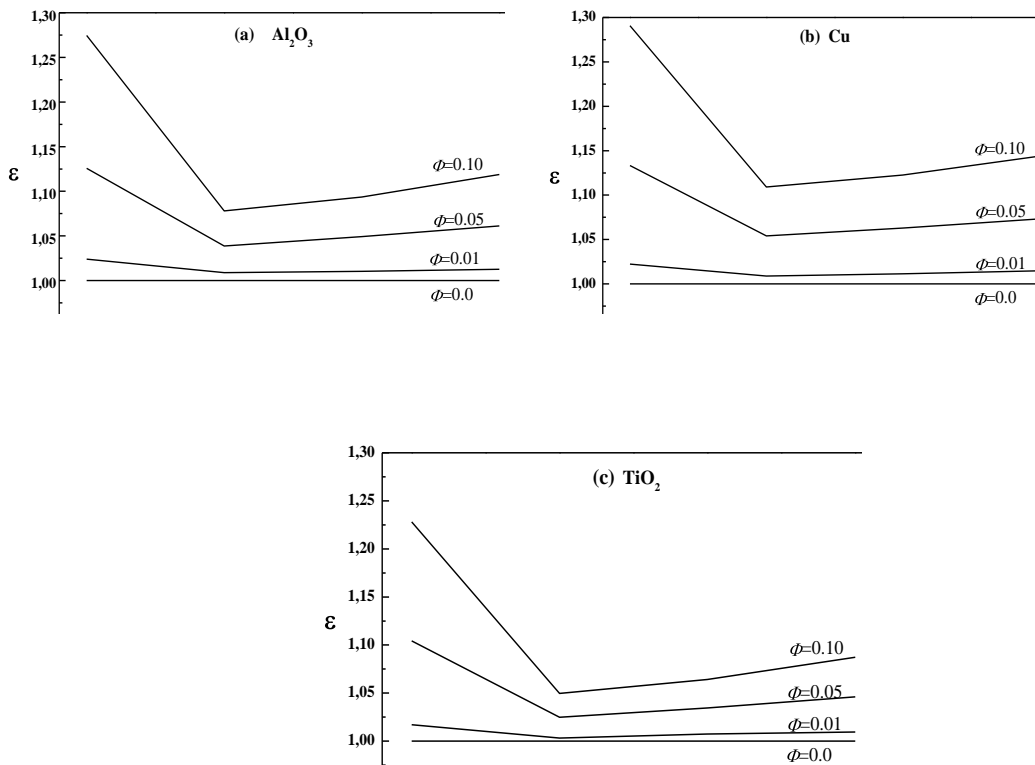


Figure 6: Rapport de transfert de chaleur (ϵ) pour les différents nanofluides

5. CONCLUSION

Dans cet article, le problème du transfert de chaleur par convection naturelle des nanofluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur isotherme a été résolu numériquement. L'influence de certains paramètres tels que, la fraction volumique, le type des nanoparticules et le nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur a été étudié. Cette étude a permis de dégager les conclusions suivantes :

- le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules et le nombre de Rayleigh.
- L'effet des nanoparticules sur le transfert de chaleur est plus important à faible nombre de Rayleigh.
- Le transfert de chaleur en présence des nanoparticules de cuivre est amélioré comparativement aux résultats obtenus avec des nanoparticules de Al_2O_3 ou TiO_2 .

Nomenclature

C_p	chaleur spécifique, J/kgK
d	position de la source de chaleur, m
D	position adimensionnée de la source de chaleur
e	épaisseur de la source de chaleur, m
E	épaisseur adimensionnée de la source de chaleur
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
H	longueur de l'enceinte, m
k	conductivité thermique, W/mK
l	longueur de la source de chaleur, m
L	longueur adimensionnée de la source de chaleur
Nu	nombre de Nusselt
p	pression, Pa
P	pression adimensionnée
Pr	nombre de Prandtl
Ra	nombre de Rayleigh
T	température, K
u, v	composantes de la vitesse, $m.s^{-1}$
U, V	composantes de la vitesse adimensionnée
x, y	coordonnées cartésiennes, m
X, Y	coordonnées cartésiennes adimensionnées

Symboles grecs

α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
β	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
ε	rapport de transfert de chaleur
Φ	fraction volumique en nanoparticules
μ	viscosité dynamique, $N.s/m^2$
ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
θ	température adimensionnée
ρ	masse volumique, kg/m^3
ρ_0	masse volumique de référence, kg/m^3

indices

C	chaud
f	fluide (eau pure)
F	froid
m	moyen
max	maximum
nf	nanofluide
np	nanoparticule

Références

- [1] Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M., "Buoyancy-driven Heat Transfer Enhancement in a Two-dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids", Int. J. Heat Mass Transfer, **46**, 3639-3653 (2003).

- [2] Jou, R.Y., Tzeng, S.C., “Numerical Research of Nature Convective Heat Transfer Enhancement Filled with Nanofluids in Rectangular Enclosures”, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **6**, 727-736 (2006).
- [3] Oztop, H.F., Abu-Nada, E., “Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosure Filled with Nanofluids”, *Int. J. Heat Fluid Flow*, **29**, 1326-1336 (2008).
- [4] Mahmoudi, A.H., Shahi, M., Raouf, A.H., Ghasemian, A., “Numerical Study of Natural Convection Cooling of Horizontal Heat Source Mounted in a Square Cavity Filled with Nanofluid”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **37**, 1135-1141 (2010).
- [5] Guet, J., Reggio, M., Vasseur, P., “Natural Convection of Nanofluids in a Square Enclosure with a Protruding Heater”, *Advances in Mechanical Engineering*, DOI 10.1155/2012/167296, (2011).
- [6] Aminossadati, S.M., Ghasemi, B., “Enhanced natural convection in an isosceles triangular enclosure filled with a nanofluid”, *Int. J. Computers and Mathematics with Applications*, **61**, 1739-1753 (2011).
- [7] Xuan, Y., Roetzel, W., “Conception for Heat Transfer Correlation of Nanofluids”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **19**, 3701-3707 (2000).
- [8] Brinkman, H.C., “The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions”, *J. Chem. Phys.*, **20**, 571-581 (1952)
- [9] Maxwell, J.C., “A Treatise on Electricity and Magnetism”, Clarendon Press, U.K, (1891).
- [10] Patankar, S.V., “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Hemisphere Publishing Corporation, Taylor and Francis Group, New York, (1980).